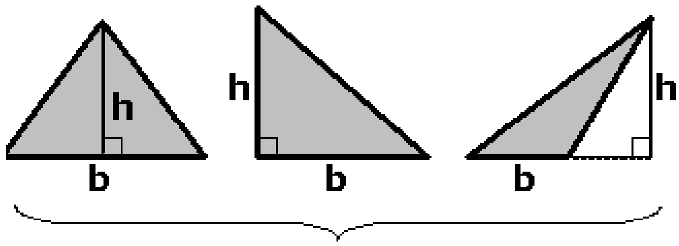
AULA 2 - ÁREAS

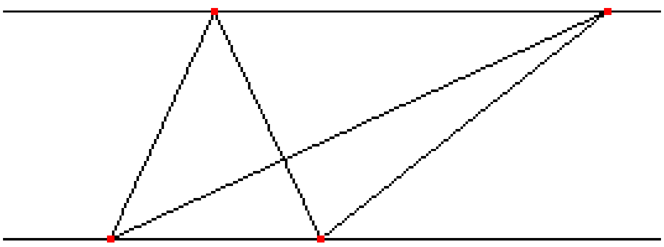
Área de um Triângulo



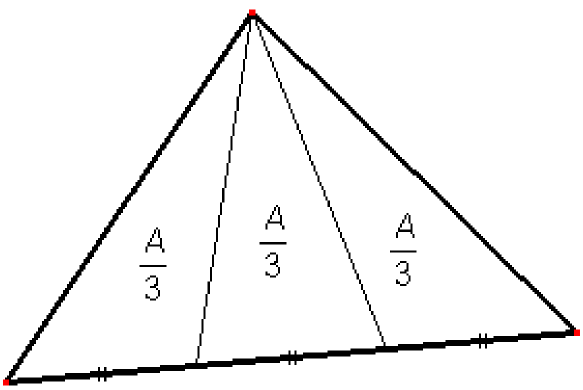
$$\text{ÁREA} = \frac{\text{BASE} \cdot \text{ALTURA}}{2}$$

Observações:

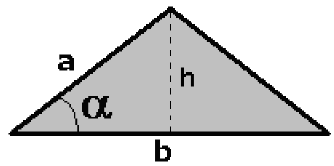
- Triângulos de mesma base e mesma altura têm a mesma área, independente de seu formato.



- Se a base é dividida em certa proporção, a área é dividida na mesma proporção.



- A área de um triângulo pode ser calculada a partir de dois lados consecutivos e o ângulo entre eles.



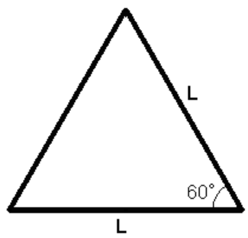
$$\text{ÁREA} = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}\alpha}{2}$$

$$sen\alpha = \frac{h}{a}$$

$$h = a \cdot sen\alpha$$

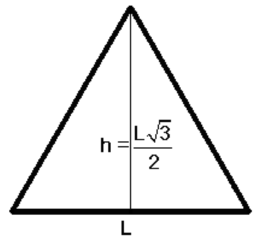
$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{a \cdot b \cdot sen\alpha}{2}$$

- A área de um triângulo eqüilátero pode ser calculada de duas maneiras:



$$A = \frac{L \cdot L \cdot sen60^\circ}{2}$$

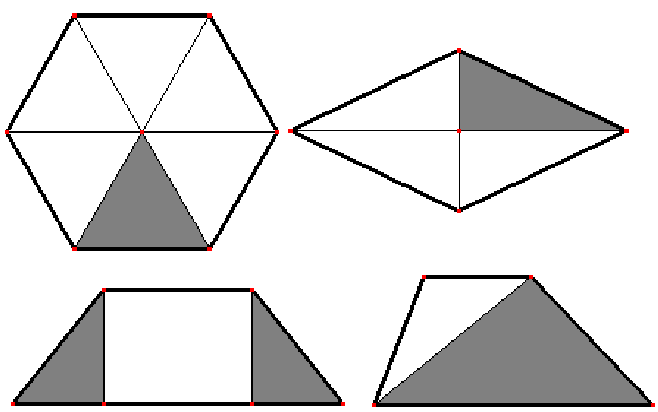
$$A = \frac{L^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$



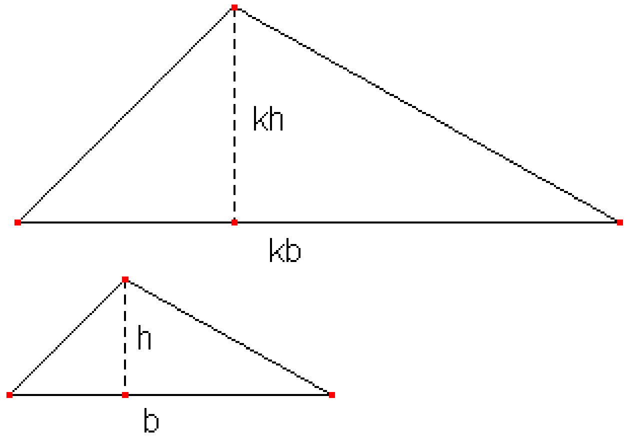
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{L \cdot \frac{L\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

- Toda figura plana pode ser decomposta em triângulos. Com isso, um sólido conhecimento a respeito da área de triângulos implica um sólido conhecimento sobre a área de *qualquer* figura.



ÁREAS DE POLÍGONOS SEMELHANTES

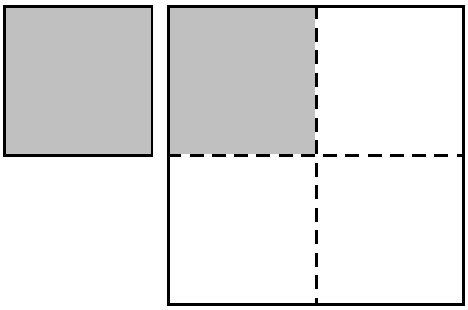


Se dois polígonos são semelhantes, então existe uma razão de semelhança **k** entre seus elementos lineares - no caso, base e altura. A área do primeiro é dada por $\frac{b \cdot h}{2}$, enquanto a área do segundo é obtida por $\frac{kb \cdot kh}{2} = k^2 \cdot \frac{b \cdot h}{2}$. Ou seja, se a razão entre as medidas de comprimento for **k**, então a razão entre as áreas é **k²**.

Generalizando: se A e B são dois polígonos semelhantes, então:

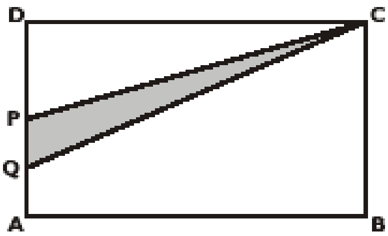
$$\left(\frac{\text{COMPRIMENTO}_A}{\text{COMPRIMENTO}_B}\right)^2 = \frac{\text{AREA}_A}{\text{AREA}_B}$$

Essa proporção pode ser facilmente visualizada quando analisamos o que acontece com um quadrado que tem seus lados duplicados: a razão entre os lados é 2, portanto a razão entre as áreas é 2² = 4.



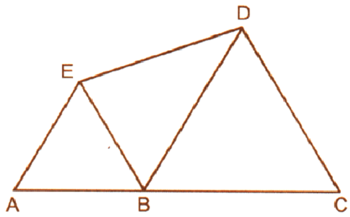
EXERCÍCIOS DE AULA

01) (UFRGS) O retângulo ABCD do desenho abaixo tem área de 28 cm². P é o ponto médio do lado AD e Q é o ponto médio do segmento AP. A área do triângulo QCP, em cm², é de:



a) 3,25
b) 3,5
c) 3,75
d) 4
e) 4,25

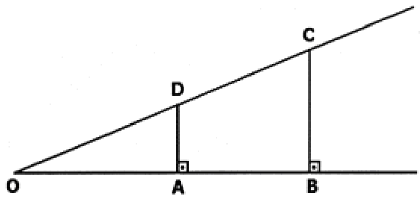
02) (UFRGS) Na figura, ABE e BCD são triângulos equiláteros de lados 4 e 6, respectivamente. A área do quadrilátero ACDE é:



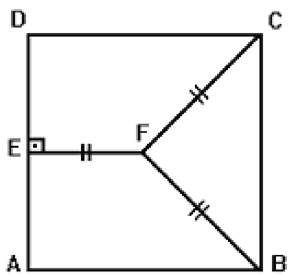
a) $\frac{19\sqrt{2}}{2}$
b) $\frac{19\sqrt{3}}{2}$
c) 19
d) $19\sqrt{2}$
e) $19\sqrt{3}$

03) (UFRGS) Na figura abaixo, AD e BC são perpendiculares a AB. Sabendo que a área do trapézio ABCD é igual ao dobro da área do triângulo OAD, temos que a razão $\frac{OB}{OA}$ é igual a:

a) $\sqrt{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) $\sqrt{2}-1$
d) $\sqrt{3}-1$
e) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$



04) (UFMG) Na figura, ABCD é um quadrado de lado 1, EF=FC=FB e DE = $\frac{1}{2}$. A área do triângulo BCF é:

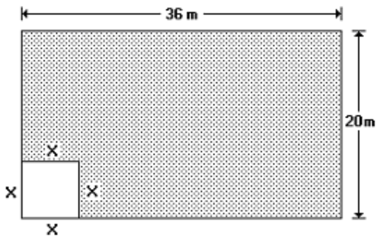


a) $\frac{3}{16}$
b) $\frac{1}{5}$
c) $\frac{1}{6}$
d) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
e) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

EXERCÍCIOS

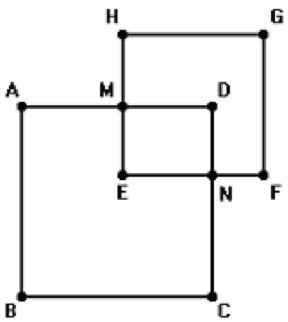
01) (UFC) Quantos azulejos quadrados, medindo 15 cm de lado, são necessários para revestir uma área retangular que mede 90cm de comprimento por 120 cm de largura?

02) (PUCCAMP) Na figura a seguir tem-se um terreno retangular no qual pretende-se construir um galpão cujo lado deve medir x metros. Se a área da parte sombreada é 684 m², o lado do galpão mede, em metros:



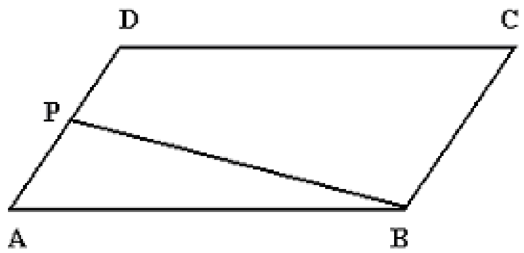
a) 8,5
b) 8
c) 7,5
d) 6
e) 4,5

03) (UEL) Dois quadrados, com lados paralelos, interceptam-se como mostra a figura. Se AM = MD, HM = ME e as áreas desses quadrados são 100 cm² e 144 cm², a área do quadrilátero MDNE, em cm², é igual a:



a) 30 b) 50 c) 60 d) 80 e) 120

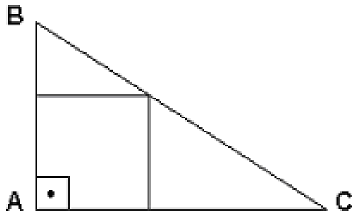
04) (UFPE) Na figura a seguir P é o ponto médio do segmento AD do paralelogramo ABCD. Calcule a área, em m², do triângulo APB sabendo-se que a área do paralelogramo é 136 m².



05) (UFRGS) O custo de uma embalagem é diretamente proporcional à superfície do sólido que se deseja embalar. Se o custo para embalar um cubo de 40 cm de aresta é R$ 10,00, a embalagem de um cubo de 80 cm de aresta custa, em reais:

a) 15 b) 20 c) 25 d) 40 e) 80

06) (FATEC) Na figura tem-se um quadrado inscrito num triângulo retângulo ABC, reto em Â. Se os catetos do triângulo medem 3 cm e 4 cm, então a área do quadrado, em cm², é igual a:



a) $\frac{169}{49}$

b) $\frac{144}{49}$

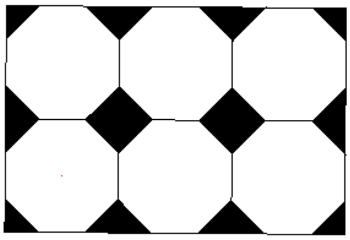
c) $\frac{100}{49}$

d) $\frac{81}{49}$

e) $\frac{25}{49}$

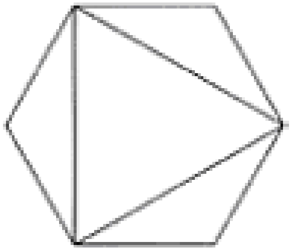
07) (UFRGS) Seis octógonos regulares de lado 2 são justapostos em um retângulo, como representado na figura abaixo. A soma das áreas das regiões sombreadas na figura é:

a) 6
b) $16\sqrt{2}$
c) 20
d) $20\sqrt{2}$
e) 24

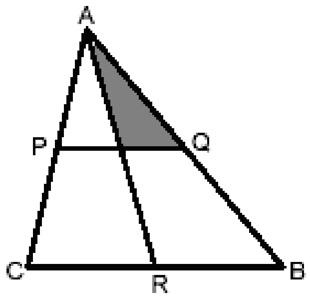


08) (UFRGS) Um triângulo eqüilátero foi inscrito em um hexágono regular, como representado na figura abaixo. Se a área do triângulo eqüilátero é 2, então a área do hexágono é:

a) $2\sqrt{2}$
b) 3
c) $2\sqrt{3}$
d) $2+\sqrt{3}$
e) 4



09) (UFRGS) No triângulo ABC desenhado abaixo, P, Q e R são os pontos médios dos lados. Se a medida da área do triângulo hachurado é 5, a medida da área do triângulo ABC é:



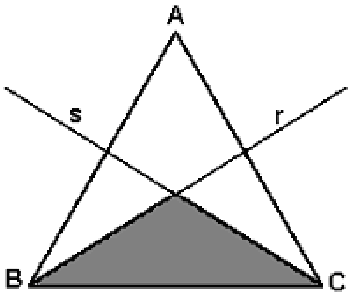
a) 20
b) 25
c) 30
d) 35
e) 40

10) (MACK) Na figura, A B C é um triângulo eqüilátero de perímetro 24. Se r e s são bissetrizes, então a área do triângulo assinalado é:

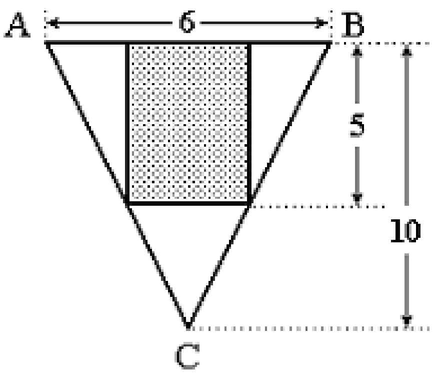
a) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

b) $8\sqrt{3}$ e) $12\sqrt{3}$

c) $16\sqrt{3}$

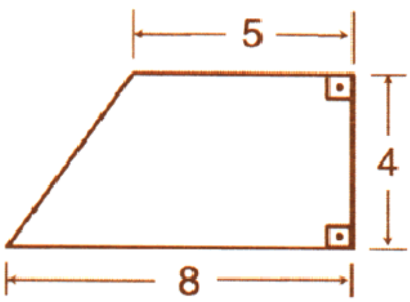


11) (MACK) Na figura, AC = BC. Então a área do retângulo assinalado vale:



a) 12
b) 15
c) 18
d) 20
e) 24

12) (UFRGS) Os babilônios utilizavam a fórmula $A = \frac{(a+c)(b+d)}{4}$ para determinar aproximadamente a área de um quadrilátero com lados consecutivos de medidas a, b, c, d. Para o quadrilátero da figura a seguir, a diferença entre o valor aproximado da área obtido utilizando-se a fórmula dos babilônios e o valor exato da área é:

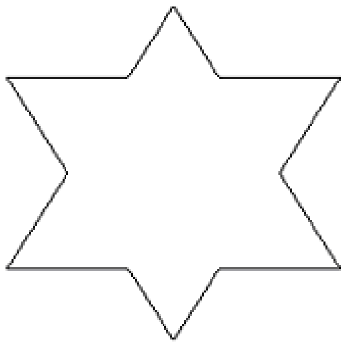


a) $\frac{11}{4}$ b) 3

c) $\frac{13}{4}$ d) 4

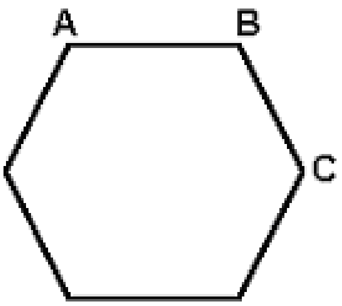
e) $\frac{21}{4}$

13) (CESGRANRIO) O polígono a seguir, em forma de estrela, tem todos os lados iguais a 1cm e todos os ângulos iguais a 60° ou 240°. Sua área, em cm², é:



a) 3
b) $3\sqrt{3}$
c) 6
d) $6\sqrt{3}$
e) 9

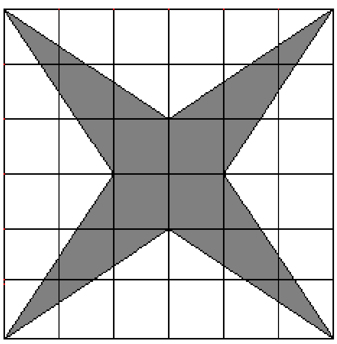
14) (FUVEST) Os pontos A, B, e C são vértices consecutivos de um hexágono regular de área igual a 6. Qual a área do triângulo ABC?



a) 1
b) 2
c) 3
d) $\sqrt{2}$
e) $\sqrt{3}$

15) (UFRGS) Na figura abaixo, a malha quadriculada é formada por quadrados de área 1. Os vértices do polígono sombreado coincidem com vértices de quadrados dessa malha. A área do polígono sombreado é:

a) 10
b) 12
c) 13
d) 15
e) 16



GABARITO

01	48	**02**	D	**03**	A	**04**	34	**05**	D
06	B	**07**	E	**08**	E	**09**	E	**10**	A
11	B	**12**	C	**13**	B	**14**	A	**15**	B