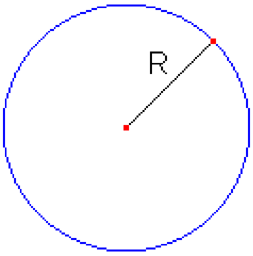
AULA 3 - CÍRCULO

A proporção entre o comprimento de uma circunferência e a medida do seu diâmetro é constante. Essa constante foi calculada pela primeira vez com Arquimedes, que obteve um valor entre 3,1408 e 3,1428. O matemático suíço Leonard Euler popularizou o símbolo π para essa constante, e hoje ela é conhecida com milhões de casas decimais de precisão.



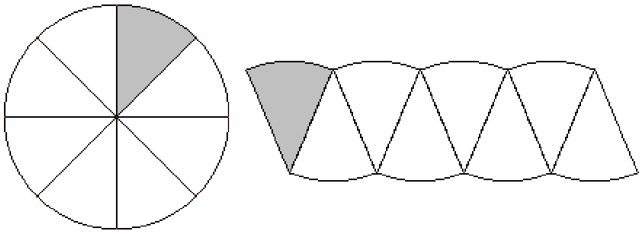
Assim,

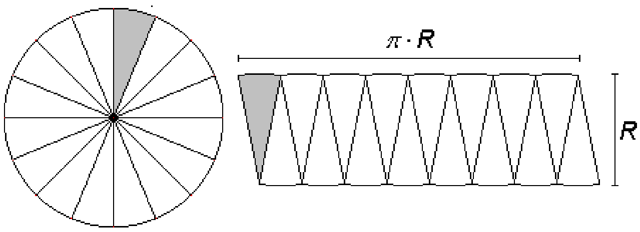
$$\frac{C}{2R} = \pi \Rightarrow C = 2\cdot\pi\cdot R,$$

onde $\pi \cong 3{,}14$.

π é um número irracional.

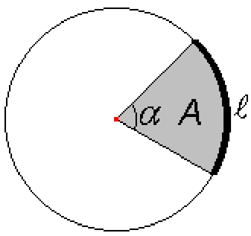
O cálculo da área do círculo também remete a Arquimedes:





Assim, $A = \pi R\cdot R = \pi\cdot R^2$.

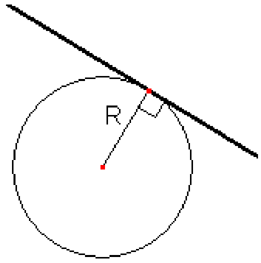
Setor Circular



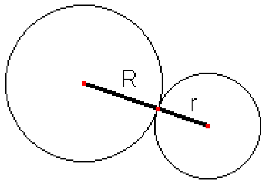
Um setor circular é a região limitada por dois raios e um arco da circunferência. Suas medidas de área, arco e ângulo são proporcionais às medidas máximas do círculo.

$$\frac{A_{SETOR}}{\pi\cdot R^2} = \frac{\alpha_{SETOR}}{360^\circ} = \frac{\ell_{SETOR}}{2\cdot\pi\cdot R}$$

Tangência



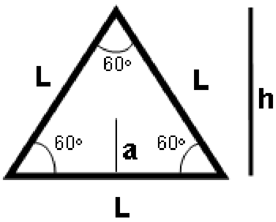
Se uma reta é tangente a uma circunferência, então ela é perpendicular ao raio no ponto de tangência.



Se duas circunferências são tangentes, seus centros e o ponto de tangência estão alinhados.

FORMULÁRIO - GEOMETRIA PLANA

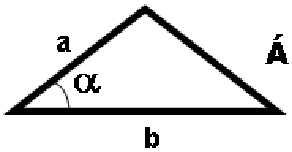
TRIÂNGULO EQÜILÁTERO



$$h = \frac{L\sqrt{3}}{2} \qquad a = \frac{h}{3}$$

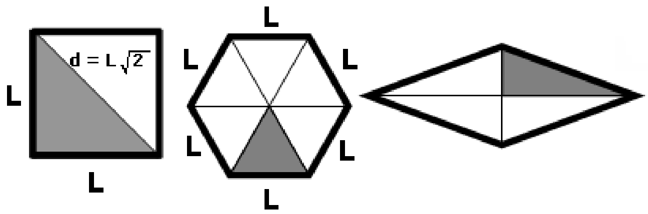
$$A = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

ÁREA DE UM TRIÂNGULO QUALQUER

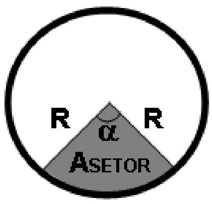


$$\text{ÁREA} = \frac{a\,.\,b\,.\,\text{sen}\alpha}{2}$$

ALGUMAS DIVISÕES EM TRIÂNGULOS...



CÍRCULO



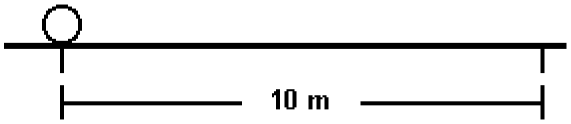
$$A = \pi\cdot R^2$$

$$C = 2\cdot\pi\cdot R$$

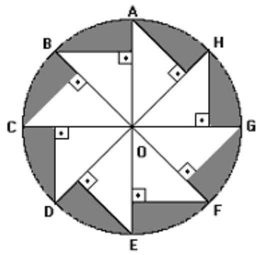
$$\frac{A_{SETOR}}{\pi\cdot R^2} = \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{Arco_{SETOR}}{2\cdot\pi\cdot R}$$

EXERCÍCIOS DE AULA

01) Uma roda de 10 cm de diâmetro gira em linha reta, sem escorregar, sobre uma superfície lisa e horizontal. Determine o menor número de voltas completas para a roda percorrer uma distância maior que 10 m.



02) (UFMG) A circunferência de centro O tem raio r e arcos AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH e HA congruentes. O valor da área sombreada é:



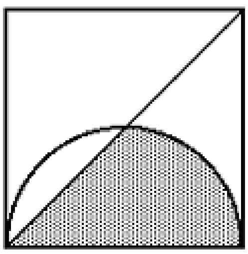
a) $r^2(\pi - 2)$

b) $2r^2(\pi - 1)$

c) $2r^2$

d) $r^2(\pi - 1)$

03) (FUVEST) Na figura seguinte, estão representados um quadrado de lado 4, uma de suas diagonais e uma semicircunferência de raio 2. Então a área da região hachurada é:



a) $\frac{\pi}{2} + 2$

b) $\pi + 2$

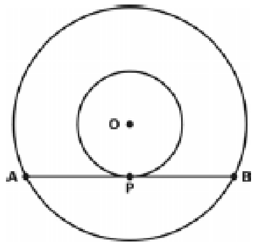
c) $\pi + 3$

d) $\pi + 4$

e) $2\pi + 1$

EXERCÍCIOS

01) (UFRGS) Na figura abaixo, OP = 2, AB = 8, O é o centro dos círculos e AB é tangente em P ao círculo menor. A área do disco maior é:



a) $\sqrt{20}.\pi$

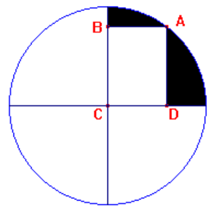
b) 10π

c) 20π

d) 64π

e) 68π

02) (UFRGS) Na figura abaixo, C é o centro do círculo, A é um ponto do círculo e ABCD é um retângulo com lados medindo 3 e 4. Entre as alternativas, a que apresenta a melhor aproximação para a área da região sombreada é:



a) 7,5

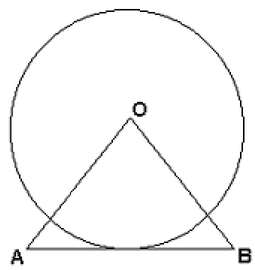
b) 7,6

c) 7,7

d) 7,8

e) 7,9

03) (UEL) A área do triângulo eqüilátero OAB, representado na figura a seguir é $9\sqrt{3}$ cm². A área do círculo de centro O e tangente ao lado AB do triângulo é, em cm²:



a) 27π

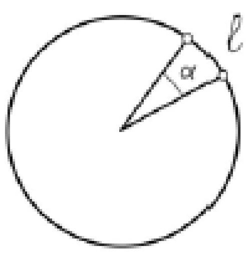
b) 32π

c) 36π

d) 42π

e) 48π

04) (UFRGS) Na figura, o comprimento da circunferência é 36 e α = 25º. O comprimento do arco ℓ é:

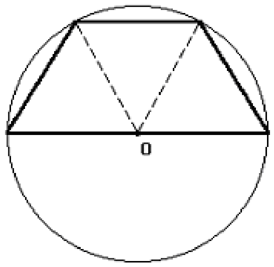


a) 1 b) 1,5

c) 2,5 d) 3

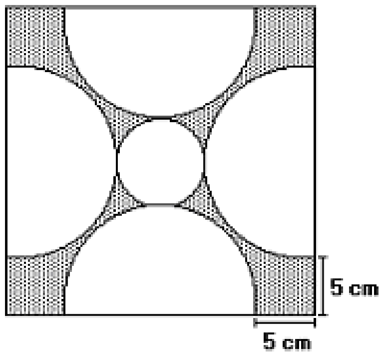
e) 3,5

05) (UEL) Um trapézio, inscrito numa circunferência de centro O, pode ser dividido em três triângulos eqüiláteros congruentes, como mostra a figura. Se a área do trapézio é $27\sqrt{3}$ cm², então a área do círculo, em cm², é igual a:



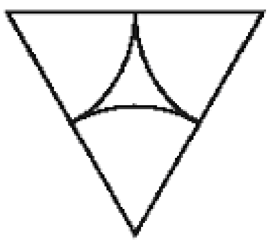
a) 9π
b) 16π
c) 25π
d) 36π
e) 49π

06) (UNIRIO) Uma placa de cerâmica com uma decoração simétrica, cujo desenho está na figura a seguir, é usada para revestir a parede de um banheiro. Sabendo-se que cada placa é um quadrado de 30 cm de lado, a área da região hachurada é:



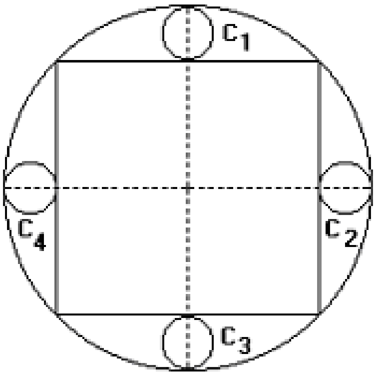
a) $900-125\pi$
b) $900(4-\pi)$
c) $500\pi-900$
d) $500\pi-225$
e) $225(4-\pi)$

07) (UFRGS) Três arcos de círculo são construídos de maneira que seus centros estão nos vértices de um triângulo eqüilátero de lado 10 cm e interseccionam o triângulos nos pontos médios dos lados, como indicado na figura A soma dos comprimentos dos arcos é:



a) π cm
b) 5 cm
c) $\frac{10}{3}\pi$ cm
d) 5π cm
e) 10π cm

08) (UFMG) Observe a figura. Nela, a circunferência maior C tem raio 2, e cada uma das circunferências menores, C_1, C_2, C_3, C_4, é tangente a C e a um lado do quadrado inscrito. Os centros de C_1, C_2, C_3 e C_4 estão em diâmetros de C perpendiculares a lados do quadrado. A soma das áreas limitadas por essas quatro circunferências menores é:



a) $8\pi\left(3+2\sqrt{2}\right)$

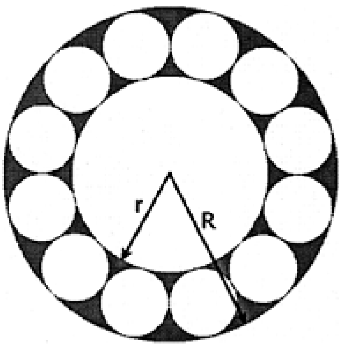
b) $\pi\left(3+2\sqrt{2}\right)$

c) $\pi\left(3-2\sqrt{2}\right)$

d) $2\pi\left(3-2\sqrt{2}\right)$

e) $8\pi\left(3-2\sqrt{2}\right)$

09) (UFRGS) Na figura abaixo, os círculos menores são tangentes entre si e aos círculos concêntricos de raios **r** e **R**. A área da região sombreada é:



a) $2\pi\left(r^2-R^2+3Rr\right)$

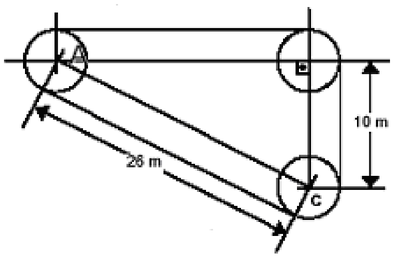
b) $2\pi\left(-r^2-R^2+3Rr\right)$

c) $2\pi\left(-2r^2-R^2+3Rr\right)$

d) $\pi\left(r^2-R^2+3Rr\right)$

e) $\pi\left(-2r^2-R^2+3Rr\right)$

10) (UFRGS) Uma correia esticada passa em torno de três discos de 5 m de diâmetro, conforme a figura. Os pontos A, B e C representam os centros dos discos. A distância AC mede 26 m, e a distância BC mede 10 m. O comprimento da correia é:



a) 60 m

b) $\left(60+5\pi\right)$ m

c) 65 m

d) $\left(60+10\pi\right)$ m

e) 65π m

GABARITO

01	C	**02**	B	**03**	A	**04**	C	**05**	D
06	E	**07**	D	**08**	D	**09**	C	**10**	B