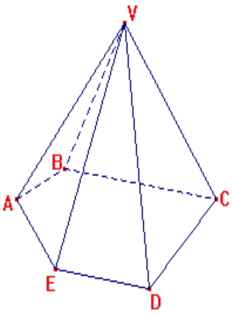
AULA 6 - PIRÂMIDES

É um poliedro convexo tal que uma face é um polígono convexo e as demais faces são triângulos que têm um vértice em comum. O polígono é a **base** dessa pirâmide, e os triângulos são suas **faces laterais**.

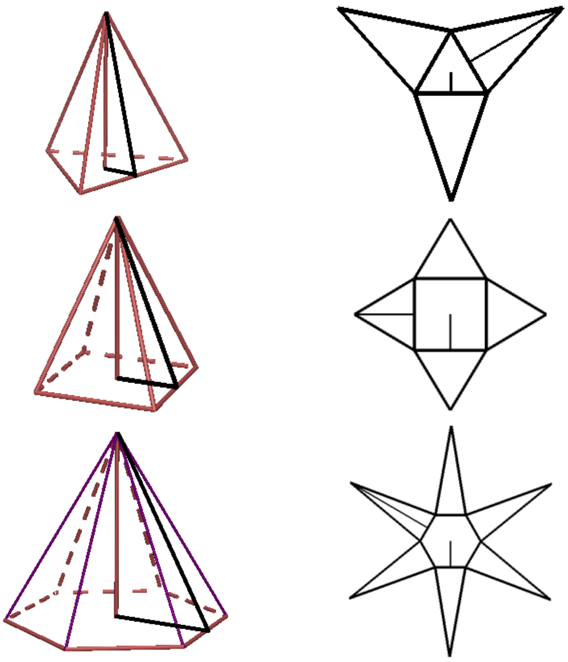


- o ponto V é o vértice;
- os segmentos AB, BC, CD, DE e EA são as **arestas da base**;
- os segmentos VA, VB, VC, VD e VE são as **arestas laterais**;
- a distância do vértice V ao plano da base é a medida da **altura** da pirâmide

Obs. O nome de uma pirâmide é dado pelo número de lados do polígono da base. Assim, a pirâmide acima, por exemplo, é uma pirâmide pentagonal.

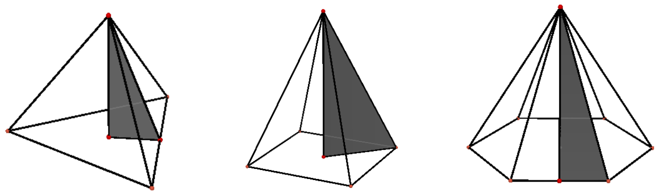
PIRÂMIDE REGULAR

É uma pirâmide cuia base é um polígono regular e o vértice V está sobre o centro da base. A altura de uma face lateral é chamada **apótema da pirâmide**.

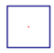


RELAÇÕES MÈTRICAS

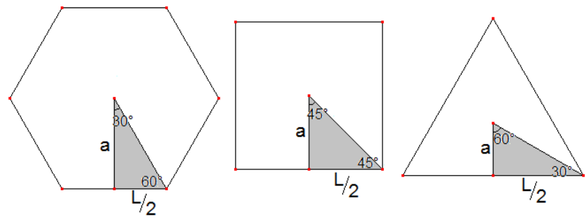
De todos os sólidos, as pirâmides são aqueles que exigem a maior capacidade de aplicar conceitos de geometria plana, em especial aplicações convenientes do Teorema de Pitágoras. Dessa forma, um desenho facilita bastante a resolução. Abaixo, alguns triângulos retângulos que merecem destaque.



Bases mais comuns

Hexágono Regular  Quadrado  Triângulo Eqüilátero 

$A_B = 6 \cdot \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$ $A_B = L^2$ $A_B = \frac{L^2\sqrt{3}}{4}$



Área Lateral

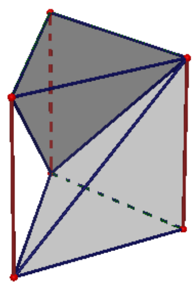
A área lateral é obtida a partir do cálculo da área de uma face lateral, que corresponde a um triângulo de base **L** e altura $\mathbf{a_P}$, de área $\frac{L \,.\, a_P}{2}$. O número de triângulos será igual ao número de arestas da base.

Área Total

A área total é obtida a partir da soma da área lateral com a área da **única** base. Assim, $\mathbf{A_T = A_L + A_B}$.

Volume

$$V = \frac{A_B\,.h}{3}$$

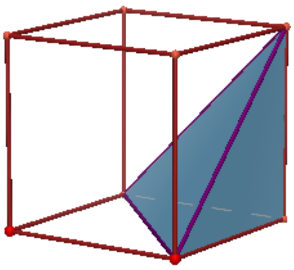


Ou seja, se um **prisma** e uma **pirâmide** têm a **mesma base** e a **mesma altura**, então o volume do prisma é **três vezes maior** que o volume da pirâmide.

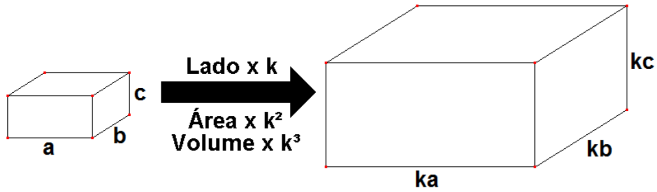
EXERCÍCIOS DE AULA

01) A aresta da base de uma pirâmide quadrangular regular mede 6 e sua aresta lateral mede 5. Calcule o volume dessa pirâmide.

02) Calcule o volume da pirâmide abaixo, sabendo que a aresta do cubo mede 2 cm.



SÓLIDOS SEMELHANTES



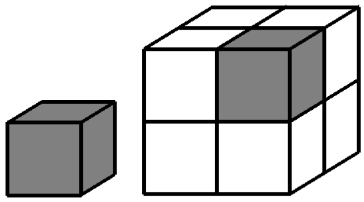
Se **A** e **B** são dois **sólidos semelhantes**, temos que:

$$\frac{COMPRIMENTO_A}{COMPRIMENTO_B} = \frac{COMPRIMENTO_A}{COMPRIMENTO_B}$$

$$\left(\frac{COMPRIMENTO_A}{COMPRIMENTO_B}\right)^{2} = \frac{AREA_A}{AREA_B}$$

$$\left(\frac{COMPRIMENTO_A}{COMPRIMENTO_B}\right)^{3} = \frac{VOLUME_A}{VOLUME_B}$$

Essas relações são facilmente visualizadas ao analisar dois cubos, sendo a aresta de um o dobro da do outro.



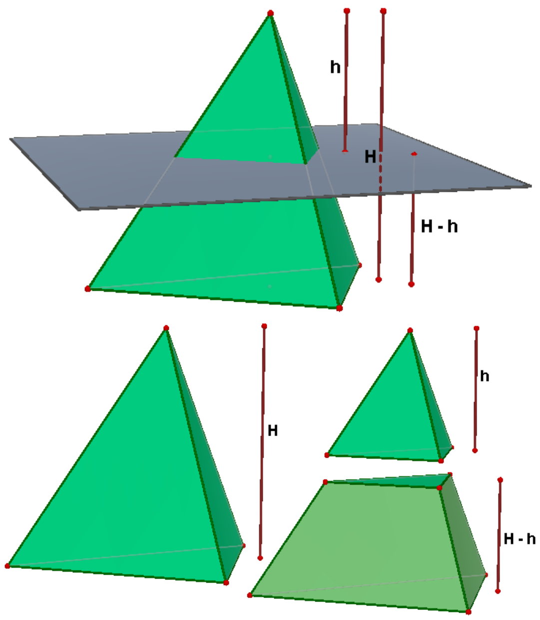
$$\frac{ARESTA_{GRANDE}}{ARESTA_{PEQUENO}} = 2$$

$$\frac{ÁREA_{GRANDE}}{ÁREA_{PEQUENO}} = 2^2 = 4$$

$$\frac{VOLUME_{GRANDE}}{VOLUME_{PEQUENO}} = 2^3 = 8$$

SEÇÃO TRANSVERSAL

A seção transversal e a base de qualquer pirâmide são *polígonos semelhantes*. Dessa forma, a pirâmide original e a pirâmide que surge acima da seção transversal são **sólidos semelhantes**.



EXERCÍCIOS DE AULA

03) Calcule o volume de um tronco de pirâmide com bases quadradas de lados 2 cm e 4 cm e altura 5 cm.

04) Uma pirâmide de altura **H** deve ser dividida por uma seção transversal em dois sólidos de mesmo volume. Calcule a distância de onde esse corte deve ser feito até o vértice da pirâmide.

EXERCÍCIOS

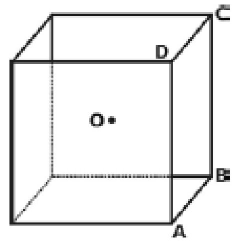
01) (CEFETSC) Uma pirâmide quadrangular regular de 13 cm de altura tem aresta lateral medindo 15 cm. A área da base dessa pirâmide, em cm², é:

a) 86 b) 98 c) 104 d) 106 e) 112

02) (FEEVALE) O volume (em cm³) de uma pirâmide de base quadrada, cujas oito arestas têm comprimento 2 cm, é:

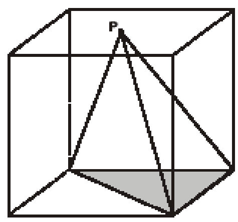
a) $4\sqrt{2}$ b) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ c) $\frac{8}{3}$ d) $2\sqrt{3}$ e) $\sqrt{3}$

03) (UFRGS) Na figura, O é o centro do cubo. Se o volume do cubo é 1, o volume da pirâmide de base ABCD e vértice O é:



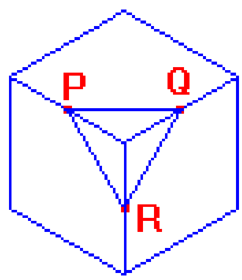
a) 1/2
b) 1/3
c) 1/4
d) 1/6
e) 1/8

04) (UFRGS) Na figura abaixo, P é o centro da face superior de um cubo. A pirâmide de base hachurada tem um de seus vértices e P. Se o volume da pirâmide é 1, então o volume do cubo é:



a) 2
b) 3
c) 4
d) 6
e) 8

05) (UFRGS) O valor numérico de cada aresta de um cubo é 2, e os pontos P, Q e R são pontos médios de três arestas, como no desenho. Um plano passando pelos pontos P, Q e R secciona o cubo em dois sólidos. A razão entre o volume do sólido menor e o volume do cubo é:

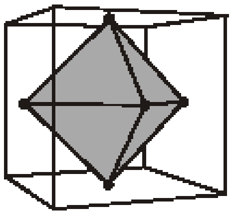


a) $\frac{1}{48}$ d) $\frac{1}{16}$

b) $\frac{1}{32}$ e) $\frac{1}{12}$

c) $\frac{1}{24}$

06) (UFRGS) Um octaedro tem seus vértices localizados nos centros das faces de um cubo de aresta 2. O volume do octaedro é:



a) 2/3
b) 4/3
c) 2
d) 8/3
e) 10/3

07) (UFRGS) A partir de quatro dos vértices de um cubo de aresta 6, construído com madeira maciça, foram recortadas pirâmides triangulares congruentes, cada uma tendo três arestas de medida 3, conforme a figura. O sólido obtido após a retirada das pirâmides está representado na figura 2. Seu volume é:

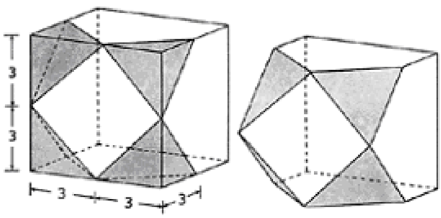
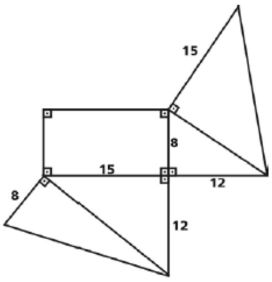


Figura 1 Figura 2

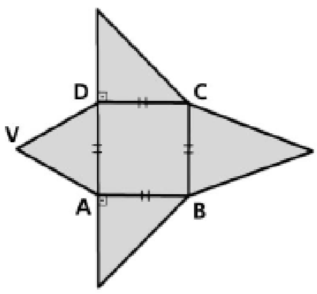
a) 198
b) 204
c) 208
d) 212
e) 216

08) (UFRGS) A figura abaixo representa a planificação de um sólido. O volume desse sólido, de acordo com as medidas indicadas, é:



a) 180
b) 360
c) 480
d) 720
e) 1.440

09) (UFRGS) A figura representa a planificação de uma pirâmide de base quadrada com AB = 6, sendo ADV triângulo eqüilátero. O volume da pirâmide é:



a) $12\sqrt{3}$
b) $27\sqrt{3}$
c) $36\sqrt{3}$
d) $72\sqrt{3}$
e) $108\sqrt{3}$

10) Uma pirâmide tem 2 cm de altura e 800 cm³ de volume. A que distância do vértice devemos seccioná-la por um plano paralelo à base, para que a nova pirâmide tenha 100 cm³ de volume?

11) Uma pirâmide de altura 6 e área da base 27 é interceptada por um plano cuja distância ao vértice é 2 e que é paralelo ao plano da base. Qual o volume do tronco de pirâmide determinado?

12) Calcular a medida da altura de uma pirâmide, sabendo que a seção transversal feita a 4 cm da base tem área igual a 1/9 da área da base.

13) (PUCSP) Um projetor está a uma distância de 2 metros de uma parede. A que distância, em metros, da parede deve ser colocado o projetor para que a área de um quadro projetado aumente 50%?

14) Um tronco de pirâmide tem 6 de altura. As áreas de suas bases medem 4 e 9. Calcule o volume do tronco.

GABARITO

01	E	**02**	B	**03**	D	**04**	D	**05**	A
06	B	**07**	A	**08**	C	**09**	C	**10**	1cm
11	52	**12**	6	**13**	$\sqrt{6}$	**14**	38		