AULA 9 - PROBABILIDADE

São duas as questões pertinentes na resolução de um problema envolvendo probabilidades. Primeiro, é preciso quantificar o conjunto de todos os resultados possíveis, que será chamado de **espaço amostral**. Segundo, é preciso quantificar o conjunto de todos os resultados desejados, que será chamado de **evento**.

Com tais dados obtidos, pode-se definir a probabilidade de um determinado evento X ocorrer como sendo a razão entre as quantidades de elementos dos conjuntos acima. Assim,

$$P_X = \frac{\text{Numero de Resultados Desejado}}{\text{Numero de Resultados Possiveis}}$$

MULTIPLICAÇÃO DE PROBABILIDADES

Sendo **A** e **B** dois eventos independentes em um mesmo espaço amostral **E**, temos:

$$P_{A\text{ e }B} = P_A \cdot P_B$$

Importante: O evento **A** ocorre <u>**e**</u> o evento **B** ocorre.

ADIÇÃO DE PROBABILIDADES

$$P_{A\text{ ou }B} = P_A + P_B$$

Em problemas onde exista a intersecção entre os eventos A e B, cuidar para não contar duas vezes tais elementos.

Importante: O evento **A** ocorre <u>**ou**</u> o evento **B** ocorre.

EXERCÍCIOS DE AULA

01) No lançamento simultâneo de dois dados diferentes, qual a probabilidade de obtermos 8 para a soma dos valores das faces voltadas para cima?

02) (FEI) Em uma pesquisa realizada em uma Faculdade foram feitas duas perguntas aos alunos. Cento e vinte responderam "sim" a ambas; 300 responderam "sim" à primeira; 250 responderam "sim" à segunda e 200 responderam "não" a ambas. Se um aluno for escolhido ao acaso, qual é a probabilidade de ele ter respondido "não" à primeira pergunta?

03) Uma urna contém 4 bolas vermelhas, 3 bolas azuis e 3 bolas brancas. Qual a probabilidade de retirarmos uma bola vermelha e, em seguida, <u>**com**</u> a reposição dessa bola, uma branca?

04) Uma urna contém 4 bolas vermelhas, 3 bolas azuis e 3 bolas brancas. Qual a probabilidade de retirarmos duas bolas, sem reposição, e obter uma bola vermelha e outra branca?

IMPORTANTE: Na análise de um caso específico, **NÃO ESQUECER** de multiplicar pelo número de casos distintos.

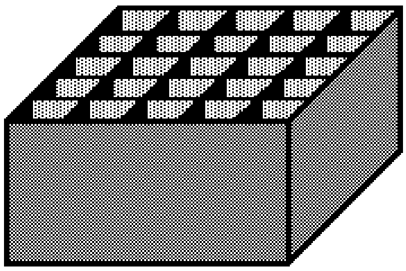
05) Uma turma de 3º ano é composta por 12 meninos e 14 meninas. Qual a probabilidade de a comissão de formatura ser formada por exatamente dois meninos e duas meninas?

06) No lançamento de 4 moedas, qual a probabilidade de obter exatamente 3 caras? E pelo menos uma coroa?

Se **P** é a probabilidade de determinado evento ocorrer, então **100% - P** $\Rightarrow$ **1 - P** é a probabilidade de ele **não** ocorrer.

07) O adesivo abaixo pode ser encontrado em alguns banheiros e diz que 1 a cada 5 pessoas não lava as mãos ao sair do banheiro. Se 5 pessoas saem do banheiro, qual a probabilidade de que exatamente uma delas não tenha lavado as mãos?

08) (UNIFESP) Um engradado, como o da figura, tem capacidade para 25 garrafas. Se, de forma aleatória, forem colocadas 5 garrafas no engradado, a probabilidade de que quaisquer duas delas não recaiam numa mesma fila horizontal, nem numa mesma fila vertical, é:



a) $\dfrac{5!}{25!}$

b) $\dfrac{5! \cdot 5!}{25!}$

c) $\dfrac{5! \cdot 20!}{25!}$

d) $\dfrac{5! \cdot 5! \cdot 20!}{25!}$

e) $\dfrac{5! \cdot 5! \cdot 25!}{20!}$

EXERCÍCIOS

01) No lançamento de duas moedas, qual é a probabilidade de se obter cara em ambas?

02) No lançamento de três moedas, qual é a probabilidade de se obter **pelo menos** uma cara?

03) (FAAP) Qual a probabilidade de se obter um número divisível por 5 na escolha das permutações dos algarismos 1, 2, 3, 4 e 5?

a) 5 b) $\frac{1}{5}$ c) 1 d) 4 e) $\frac{1}{4}$

04) No lançamento de 3 dados, qual é a probabilidade de não se obterem, nas faces voltadas para cima, 3 números iguais?

05) Uma urna contém 2 bolas brancas, 3 verdes e 4 azuis. Retirando-se, ao acaso, uma bola na urna, qual a probabilidade de se obter uma bola branca ou verde?

06) Uma urna contém 20 bolas numeradas de 1 a 20. Ao retirarmos uma bola ao acaso, qual a probabilidade de ela ter um número múltiplo de 2 ou múltiplo de 5?

a) $\frac{13}{20}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{7}{10}$ d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{11}{20}$

07) Uma urna contém 30 etiquetas numeradas de 1 a 30. Retirando-se uma etiqueta, qual a probabilidade de se obter um número menor que 20 ou número ímpar?

08) Numa conferência estão reunidos: 5 mulheres e 7 homens, matemáticos; 4 mulheres e 8 homens, físicos; 6 mulheres e 4 homens, químicos. Uma pessoa é escolhida, ao acaso, para presidir a conferência. Qual a probabilidade de que essa pessoa seja mulher ou matemático(a)?

09) No lançamento de 2 dados, qual é a probabilidade de se obterem, nas faces voltadas para cima, 2 números tais que seu produto seja ímpar.

10) Uma urna contém 11 bolas numeradas de 1 a 11. Retirando-se uma delas ao acaso, observa-se que seu número é ímpar. Determinar a probabilidade de que esse número seja menor que 5.

11) Uma urna contém 3 bolas brancas e 4 pretas. Retirando-se, sucessivamente e sem reposição, 3 bolas, qual é a probabilidade de saírem as duas primeiras bolas pretas e a terceira bola branca?

12) Uma pessoa joga um dado 3 vezes. Calcular a probabilidade de ela obter o número 2 somente na terceira jogada.

13) (PUCPR) Um piloto de corridas estima que suas chances de ganhar em uma dada prova são de 80% se chover no dia da prova, e de 40% se não chover. O serviço de meteorologia prevê que a probabilidade de chover durante a prova é de 75%. Desse modo, a probabilidade de o piloto não vencer a prova é de:

a) 30% b) 70% c) 60% d) 10% e) 20%

14) (UFRGS) Uma caixa contém bolas azuis, brancas e amarelas, indistinguíveis a não ser pela cor. Na caixa existem 20 bolas brancas e 18 azuis. Retirando-se ao acaso uma bola da caixa, a probabilidade de ela ser amarela é $\frac{1}{3}$. O número de bolas amarelas é:

a) 18 b) 19 c) 20 d) 21 e) 22

15) (UFRGS) Em uma gaveta, cinco pares diferentes de meias estão misturados. Retirando-se ao acaso duas meias, a probabilidade de que sejam do mesmo par é de:

a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{1}{2}$

16) (UFRGS) Em três lançamentos consecutivos de um dado perfeito, a probabilidade de que a face 6 apareça voltada para cima em pelo menos um dos lançamentos é:

a) $1-\left(\frac{5}{6}\right)^3$ b) $1-\left(\frac{1}{6}\right)^3$ c) $\frac{3}{6}$

d) $\frac{1}{6^3}$ e) $\left(\frac{5}{6}\right)^3$

17) (UFRGS) Uma parteira prevê, com 50% de chance de acerto, o sexo de cada criança que vai nascer. Num conjunto de três crianças, a probabilidade de ela acertar pelo menos duas previsões é de:

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{3}{8}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{2}{3}$

18) (UFRGS) Um painel é formado por dois conjuntos de sete lâmpadas cada um, dispostos como na figura 1 abaixo. Cada conjunto de lâmpadas pode ser aceso independentemente do outro, bem como as lâmpadas de um mesmo conjunto podem ser acesas independentemente umas das outras, formando ou não números. Est ando todas as lâmpadas apagadas, acendem-se, ao acaso e simultaneamente, cinco lâmpadas no primeiro conjunto e quatro lâmpadas no segundo conjunto. A probabilidade de que apareça no painel o número 24, como na figura II, é:

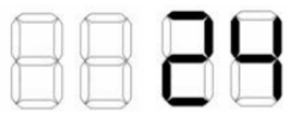
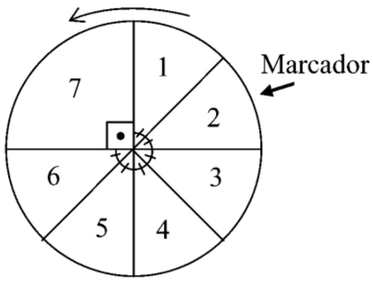


Figura 1 Figura 2

a) $\frac{1}{735}$ b) $\frac{1}{700}$ c) $\frac{1}{500}$
d) $\frac{1}{250}$ e) $\frac{1}{200}$

19) (UFLA) Em um programa de auditório, utiliza-se uma roleta, como na figura. A roleta é girada duas vezes. A probabilidade de se obter dois números cuja soma seja menor que 14 é dada por:

a) $\frac{1}{14}$ d) $\frac{1}{49}$
b) $\frac{48}{49}$ e) $\frac{1}{16}$
c) $\frac{15}{16}$



20) Qual a probabilidade de no lançamento de 5 dados numerados de 1 a 6 se obter exatamente três vezes o número “6”?

21) (UFRGS) Uma pessoa tem em sua carteira oito notas de R$1, cinco notas de R$2 e uma nota de R$5. Se ela retirar ao acaso três notas da carteira, a probabilidade de que as três notas retiradas sejam de R$1 está entre:

a) 15% e 16% b) 16% e 17% c) 17% e 18%
d) 18% e 19% e) 19% e 20%

22) (UFRGS) Numa maternidade, aguarda-se o nascimento de três bebês. A probabilidade de que os três bebês sejam do mesmo sexo é:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{8}$

23) (UFRGS) Considere dois dados, cada um deles com seis faces, numeradas de 1 a 6. Se os dados são lançados ao acaso, a probabilidade de que a soma dos números sorteados seja 5 é:

a) $\frac{1}{15}$ b) $\frac{2}{21}$ c) $\frac{1}{12}$ d) $\frac{1}{11}$ e) $\frac{1}{9}$

24) (UFRGS) Em um jogo, dentre dez fichas numeradas com números distintos de 1 a 10, duas fichas são distribuídas ao jogador, que ganhará um prêmio se tiver recebido fichas com dois números consecutivos. A probabilidade de ganhar o prêmio neste jogo é de:

a) 14% b) 16% c) 20% d) 25% e) 33%

25) (UFRGS) As máquinas A e B produzem o mesmo tipo de parafuso. A porcentagem de parafusos defeituosos produzidos, respectivamente, pelas máquinas A e B é de 15% e de 5%. Foram misturados 100 parafusos produzidos por A e 100 produzidos por B. Se tirarmos um parafuso ao acaso e ele for defeituoso, a probabilidade de que tenha sido produzido por A é de:

a) 10% b) 15% c) 30% d) 50% e) 75%

26) (ENEM) Em um concurso de televisão, apresentam-se ao participante 3 fichas voltadas para baixo, estando representada em cada uma delas as letras T, V e E. As fichas encontram-se alinhadas em uma ordem qualquer. O participante deve ordenar as fichas ao seu gosto, mantendo as letras voltadas para baixo, tentando obter a sigla TVE. Ao desvirá-las, para cada letra que esteja na posição correta ganhará um prêmio de R$ 200,00. A probabilidade de o participante não ganhar qualquer prêmio é igual a:

a) 0 b) 1/3 c) 1/4 d) 1/2 e) 1/6

27) (ENEM) A probabilidade de o concorrente ganhar exatamente o valor de R$400,00 é igual a:

a) 0 b) 1/3 c) 1/2 d) 2/3 e) 1/6

28) (ENEM) Uma estação distribuidora de energia elétrica foi atingida por um raio. Este fato provocou escuridão em uma extensa área. Segundo estatísticas, ocorre em média a cada 10 anos um fato desse tipo. Com base nessa informação, pode-se afirmar que:

a) a estação está em funcionamento há no máximo 10 anos.
b) daqui a 10 anos deverá cair outro raio na mesma estação.
c) se a estação já existe há mais de 10 anos, brevemente deverá cair outro raio na mesma.
d) a probabilidade de ocorrência de um raio na estação independe do seu tempo de existência.
e) é impossível a estação existir há mais de 30 anos sem que um raio já a tenha atingido anteriormente.

29) (ENEM) Um apostador tem três opções para participar de certa modalidade de jogo, que consiste no sorteio aleatório de um número dentre dez.

1ª opção: comprar três números para um único sorteio.
2ª opção: comprar dois números para um sorteio e um número para um segundo sorteio.
3ª opção: comprar um número para cada sorteio, num total de três sorteios.

Se X, Y, Z representam as probabilidades de o apostador ganhar algum prêmio escolhendo, respectivamente, a 1ª, a 2ª ou a 3ª opções, é correto afirmar que:

a) $X < Y < Z$ b) $X = Y = Z$ c) $X > Y = Z$
d) $X = Y > Z$ e) $X > Y > Z$

30) (ENEM) Escolhendo a 2ª opção, a probabilidade de o apostador não ganhar em qualquer dos sorteios é igual a:

a) 90% b) 81% c) 72% d) 70% e) 65%

31) (ENEM) Uma empresa de alimentos imprimiu em suas embalagens um cartão de apostas do seguinte tipo:

Cada cartão de apostas possui 7 figuras de bolas de futebol e 8 sinais de "X" distribuídos entre os 15 espaços possíveis, de tal forma que a probabilidade de um cliente ganhar o prêmio nunca seja igual a zero. Em determinado cartão existem duas bolas na linha 4 e duas bolas na linha 5. Com esse cartão, a probabilidade de o cliente ganhar o prêmio é:

a) $\frac{1}{27}$ b) $\frac{1}{36}$ c) $\frac{1}{54}$ d) $\frac{1}{72}$ e) $\frac{1}{108}$

32) (ENEM) Num determinado bairro há duas empresas de ônibus, ANDABEM e BOMPASSEIO, que fazem o trajeto levando e trazendo passageiros do subúrbio ao centro da cidade. Um ônibus de cada uma dessas empresas parte do terminal a cada 30 minutos, nos horários indicados na tabela. Carlos mora próximo ao terminal de ônibus e trabalha na cidade. Como não tem hora certa para chegar ao trabalho e nem preferência por qualquer das empresas, toma sempre o primeiro ônibus que sai do terminal. Nessa situação, pode-se afirmar que a probabilidade de Carlos viajar num ônibus da empresa ANDABEM é:

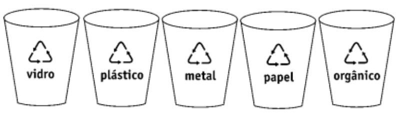
Horário dos ônibus	
ANDABEM	BOMPASSEIO
...	...
6h00min	6h10min
6h30min	6h40min
7h00min	7h10min
7h30min	7h40min
...	...

a) um quarto da probabilidade de ele viajar num ônibus da empresa BOMPASSEIO.
b) um terço da probabilidade de ele viajar num ônibus da empresa BOMPASSEIO.
c) metade da probabilidade de ele viajar num ônibus da empresa BOMPASSEIO.
d) duas vezes maior do que a probabilidade de ele viajar num ônibus da empresa BOMPASSEIO.
e) três vezes maior do que a probabilidade de ele viajar num ônibus da empresa BOMPASSEIO.

33) (UNESP) Um estudo de grupos sangüíneos humanos realizado com 1000 pessoas (sendo 600 homens e 400 mulheres) constatou que 470 pessoas tinham o antígeno A, 230 pessoas tinham o antígeno B e 450 pessoas não tinham nenhum dos dois. Supondo independência entre sexo e grupo sangüíneo, determine a probabilidade de que uma pessoa do grupo, escolhida ao acaso, seja homem e tenha os antígenos A e B simultaneamente.

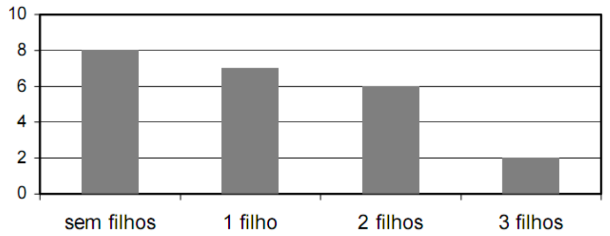
34) (UERJ) Com o intuito de separar o lixo para fins de reciclagem, uma instituição colocou em suas dependências cinco lixeiras, de acordo com o tipo de resíduo a que se destinam: vidro, plástico, metal, papel e lixo orgânico. Sem olhar para as lixeiras, João joga em uma delas uma embalagem plástica e, ao mesmo tempo, em outra, uma garrafa de vidro. A probabilidade de que ele tenha usado corretamente pelo menos uma lixeira é igual a:

a) 25%
b) 30%
c) 35%
d) 40%
e) 50%



35) (UFF) Seiscentos estudantes de uma escola foram entrevistados sobre suas preferências quanto aos esportes vôlei e futebol. O resultado foi o seguinte: 204 estudantes gostam somente de futebol, 252 gostam somente de vôlei e 48 disseram que não gostam de nenhum dos dois esportes. Um dos estudantes entrevistados é escolhido, ao acaso. Qual a probabilidade de que ele goste de vôlei?

36) (ENEM) As 23 ex-alunas de uma turma que completou o Ensino Médio há 10 anos se encontraram em uma reunião comemorativa. Várias delas haviam se casado e tido filhos. A distribuição das mulheres, de acordo com a quantidade de filhos, é mostrada no gráfico abaixo. Um prêmio foi sorteado entre todos os filhos dessas ex-alunas. A probabilidade de que a criança premiada tenha sido um(a) filho(a) único(a) é:



a) 1/3 b) 1/4 c) 7/75 d) 7/23 e) 7/25

37) (ENEM) A tabela ao lado indica a posição relativa de quatro times de futebol na classificação geral de um torneio, em dois anos consecutivos. O símbolo • significa que o time indicado na linha ficou, no ano de 2004, à frente do indicado na coluna. O símbolo * significa que o time indicado na linha ficou, no ano de 2005, à frente do indicado na coluna. A probabilidade de que um desses quatro times, escolhido ao acaso, tenha obtido a mesma classificação no torneio, em 2004 e 2005, é igual a:

	A	B	C	D
A				*
B	•*		•	•*
C	•*	*		*
D	•		•	

a) 0,00 b) 0,25 c) 0,50 d) 0,75 e) 1,00

38) (ENEM) Um time de futebol amador ganhou uma taça ao vencer um campeonato. Os jogadores decidiram que o prêmio seria guardado na casa de um deles. Todos quiseram guardar a taça em suas casas. Na discussão para se decidir com quem ficaria o troféu, travou-se o seguinte diálogo:

Pedro, camisa 6: — Tive uma idéia. Nós somos 11 jogadores e nossas camisas estão numeradas de 2 a 12. Tenho dois dados com as faces numeradas de 1 a 6. Se eu jogar os dois dados, a soma dos números das faces que ficarem para cima pode variar de 2 (1 + 1) até 12 (6 + 6). Vamos jogar os dados, e quem tiver a camisa com o número do resultado vai guardar a taça.

Tadeu, camisa 2: — Não sei não... Pedro sempre foi muito esperto... Acho que ele está levando alguma vantagem nessa proposta...

Ricardo, camisa 12: — Pensando bem... Você pode estar certo, pois, conhecendo o Pedro, é capaz que ele tenha mais chances de ganhar que nós dois juntos...

Desse diálogo conclui-se que

a) Tadeu e Ricardo estavam errados, pois a probabilidade de ganhar a guarda da taça era a mesma para todos.
b) Tadeu tinha razão e Ricardo estava errado, pois, juntos, tinham mais chances de ganhar a taça do que Pedro.
c) Tadeu tinha razão e Ricardo estava equivocado, pois, juntos, tinham a mesma chance que Pedro de ganhar a guarda da taça.
d) Tadeu e Ricardo tinham razão, pois os dois juntos tinham menos chances de ganhar a guarda da taça do que Pedro.
e) não é possível saber qual dos jogadores tinha razão, por se tratar de um resultado probabilístico, que depende exclusivamente da sorte.

39) (ENEM) Uma das principais causas da degradação de peixes frescos é a contaminação por bactérias. O gráfico apresenta resultados de um estudo acerca da temperatura de peixes frescos vendidos em cinco peixarias. O ideal é que esses peixes sejam vendidos com temperaturas entre 2 ºC e 4 ºC. Selecionando-se aleatoriamente uma das cinco peixarias pesquisadas, a probabilidade de ela vender peixes frescos na condição ideal é igual a:

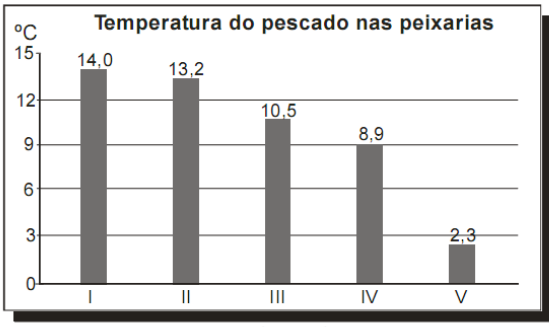
a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{1}{6}$



Associação Brasileira de Defesa do Consumidor (com adaptações).

40) (ENEM) A queima de cana aumenta a concentração de dióxido de carbono e de material particulado na atmosfera, causa alteração do clima e contribui para o aumento de doenças respiratórias. A tabela abaixo apresenta números relativos a pacientes internados em um hospital no período da queima da cana.

pacientes	problemas respiratórios causados pelas queimadas	problemas respiratórios resultantes de outras causas	outras doenças	total
idosos	50	150	60	**260**
crianças	150	210	90	**450**

Escolhendo-se aleatoriamente um paciente internado nesse hospital por problemas respiratórios causados pelas queimadas, a probabilidade de que ele seja uma criança é igual a:

a) 0,26, o que sugere a necessidade de implementação de medidas que reforcem a atenção ao idoso internado com problemas respiratórios.
b) 0,50, o que comprova ser de grau médio a gravidade dos problemas respiratórios que atingem a população nas regiões das queimadas.
c) 0,63, o que mostra que nenhum aspecto relativo à saúde infantil pode ser negligenciado.
d) 0,67, o que indica a necessidade de campanhas de conscientização que objetivem a eliminação das queimadas.
e) 0,75, o que sugere a necessidade de que, em áreas atingidas pelos efeitos das queimadas, o atendimento hospitalar no setor de pediatria seja reforçado.

GABARITO

01	$\frac{1}{4}$	**02**	$\frac{7}{8}$	**03**	B	**04**	$\frac{35}{36}$
05	$\frac{5}{9}$	**06**	D	**07**	$\frac{4}{5}$	**08**	$\frac{11}{17}$
09	$\frac{1}{4}$	**10**	$\frac{1}{3}$	**11**	$\frac{6}{35}$	**12**	$\frac{25}{216}$
13	A	**14**	B	**15**	B	**16**	A
17	D	**18**	A	**19**	C	**20**	$\frac{250}{6^5}$
21	A	**22**	C	**23**	E	**24**	C
25	E	**26**	B	**27**	A	**28**	D
29	E	**30**	C	**31**	C	**32**	D
33	9%	**34**	C	**35**	58%	**36**	E
37	A	**38**	D	**39**	D	**40**	E